5 RÉPONSE FRÉQUENCIELLE

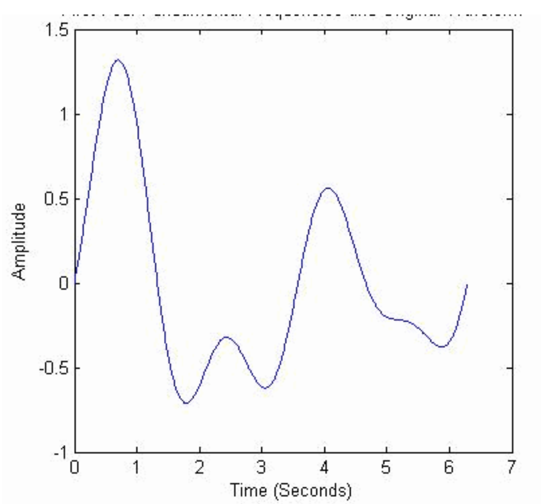
References:

Calculer la réponse d’un circuit linéaire et invariant à un signal

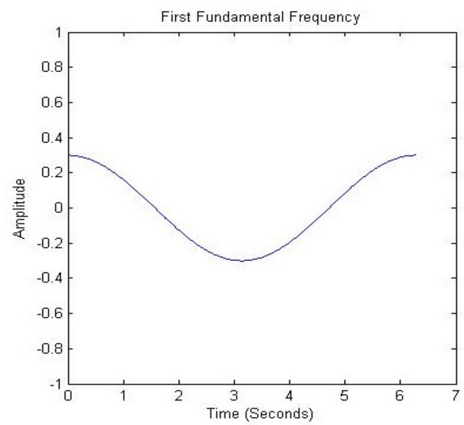
References:

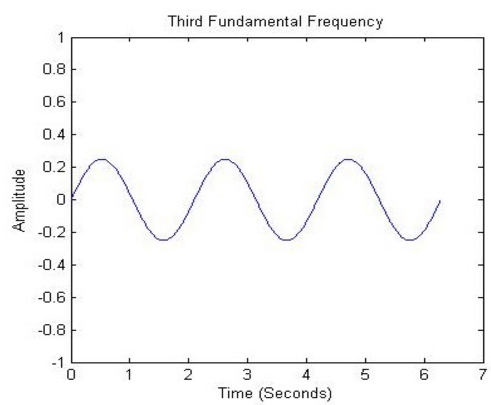
Une fonction d’entrée générique est une superposition de sinusoïdes

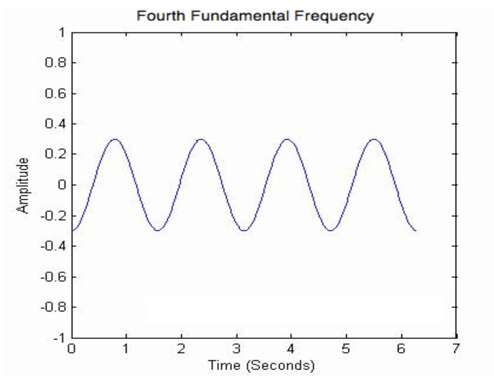
Fonction générique periodique (forme d’onde) d’entrée:



Décomposition en sinusoïdes







References: P. J. Bevel

Réponse permanente d'un circuit à une fonction générique

- La fonction générique (forme d'onde) est une superposition de plusieurs sinusoïdes
- La réponse permanente à une forme d'onde est la somme des réponses aux différentes sinusoïdes
- Comment déterminer la réponse permanente à une sinusoïde:
  - En faisant une analyse temporelle ou
  - En faisant une analyse en fréquence dans le plan complexe

References:

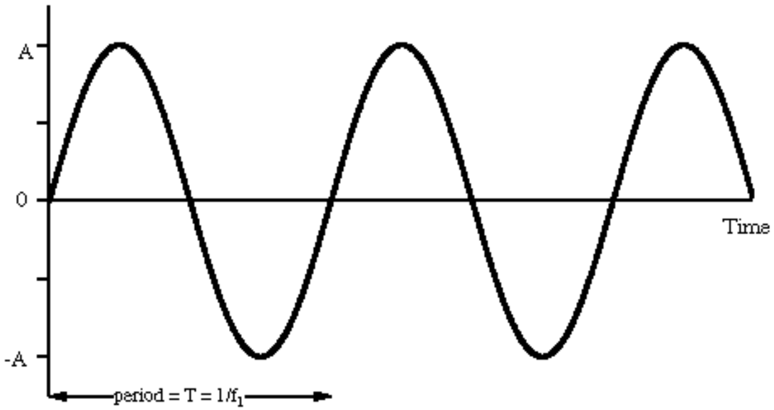
Expression de la réponse à une entrée forme d'onde sinusoïdale à partir de l'équation différentielle qui relie l'entrée et la sortie

References:

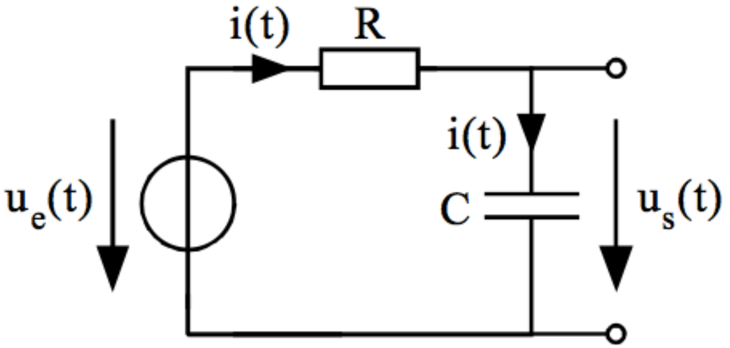
Réponse à une entrée sinusoïdale

Signal d'entrée

$$u_e(t) = \hat{U}_e.\sin(\omega t + \phi_e)$$



Circuit



References:

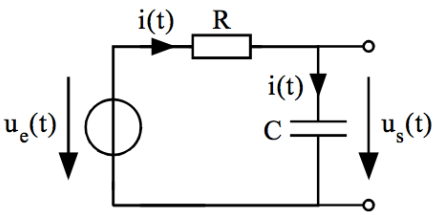
Réponse à une entrée sinusoïdale

- Entrée sinusoïdale: $u_e(t) = \hat{U}_e.\sin(\omega t + \phi_e)$

- On peut déterminer l'expression de la sortie en partant de l'équation différentielle:

$$RC\frac{du_s(t)}{dt}+u_s(t)=u_e(t)$$

Qui décrit toujours ce circuit RC:



- Par la résolution de l'équation différentielle, on obtient:

$$u_s(t) = \hat{U}_s.\sin(\omega t + \phi_s)$$

avec

$$\hat{U}_s=\frac{\hat{U}_e}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \qquad \phi_s = \phi_e - \mathrm{Arctg}(\omega RC)$$

References:

Réponse à une entrée sinusoïdale

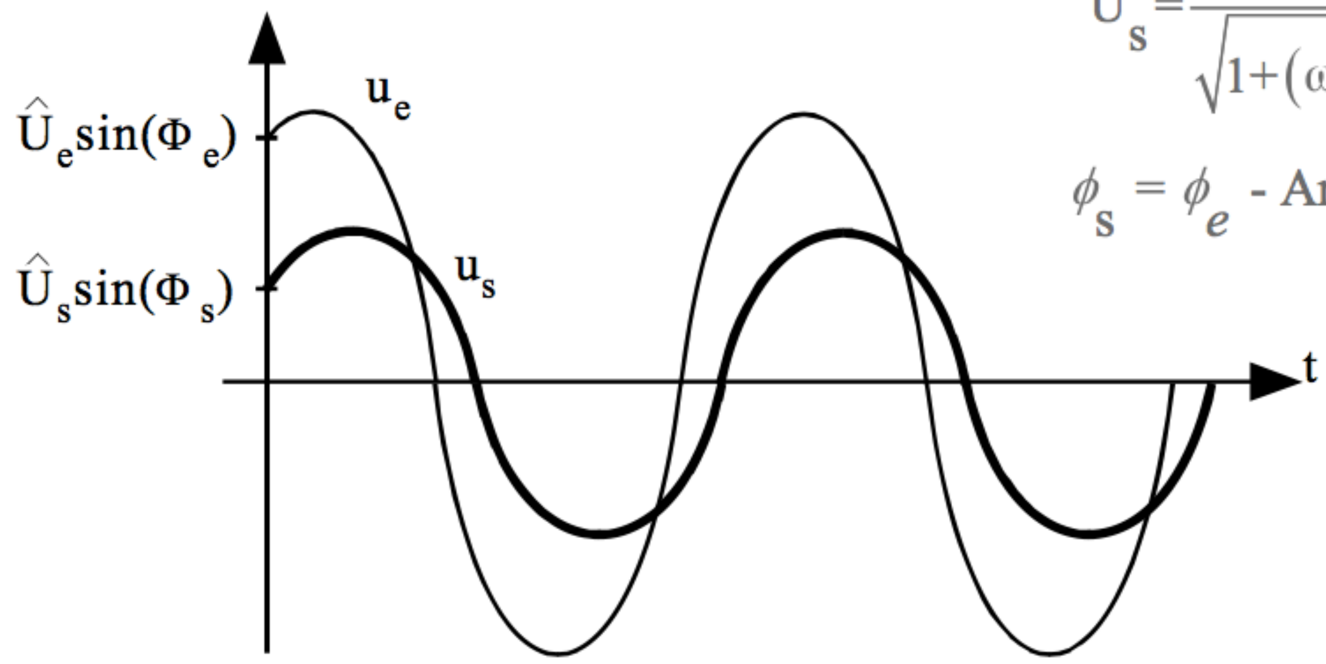
$$u_e(t) = \hat{U}_e.\sin(\omega t + \phi_e)$$

$$u_s(t) = \hat{U}_s.\sin(\omega t + \phi_s)$$

- la réponse a la même fréquence que l'entrée
- l'amplitude et la phase de la sortie peuvent être modifiés par rapport à celles de l'entrée

$$\hat{U}_s = \frac{\hat{U}_e}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

$$\phi_s = \phi_e - \mathrm{Arctg}(\omega RC)$$

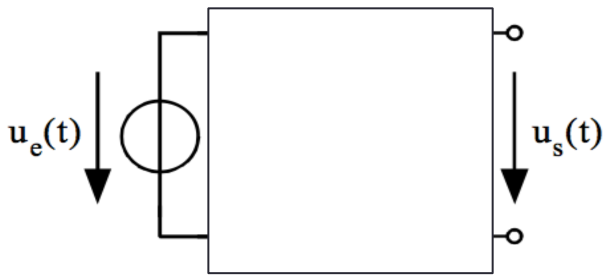


References: polycopié

Expression de la réponse à une entrée sinusoïdale à travers l'analyse fréquentielle du circuit et la fonction de transfert.

References:

Entrée et sortie sont reliés par une équation différentielle



Circuit avec entrée et sortie sinusoïdales.

L'entrée et la sortie sinusoïdales peuvent être représentées par des variables complexes, $\underline{U}_1$ et $\underline{U}_2$. Elles sont reliées par une fonction de transfert complexe : $\underline{H}(j\omega) = \underline{U}_2/\underline{U}_1$

Cette représentation facilite l'analyse du circuit car:

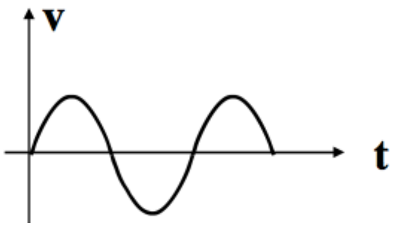
- elle permet de décrire simultanément l'amplitude et la phase à l'aide d'un seul nombre complexe ;
- dans le plan complexe, les éléments linéaires du circuit relient tension et courant par une relation de proportionnalité avec une constante.

References:

Comment passer au plan complex

Etant donné un signal sinusoïdal de fréquence f=ω/2π, d'amplitude V_0 et de phase ϕ_0 :

$$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi_0)$$



On définit ce même signal dans le plan complexe, en l'utilisant sous sa forme polaire:

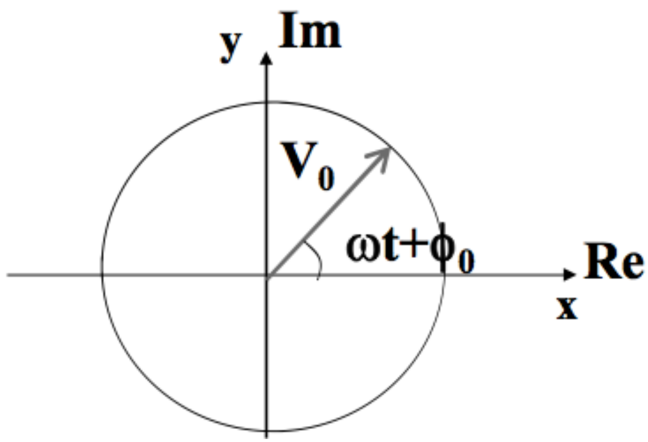
$$\underline{V} = V_0 e^{j\phi_0} e^{j\omega t}$$

ou sous sa forme Cartesian: $\underline{V} = V_0[\cos(\omega t + \phi_0) + j\sin(\omega t + \phi_0)]$

L'équivalence entre ces deux formes dérive de l'identité d'Euler

$$e^{j\phi} = \cos\phi + j\sin\varphi \quad \in \mathrm{C} \quad (\phi \in \Re) \qquad \left|e^{j\varphi}\right| = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1$$

Forme d'un signal sinusoïdal dans le plan complexe



Forme complexe et ses composants

$$\underline{V} = V_0[\cos(\omega t + \phi_0) + j\sin(\omega t + \phi_0)]$$

$$\underline{V} = V_0 e^{j\phi_0} e^{j\omega t}$$

$$tg\,(\arg \underline{V}) = Im(\underline{V})/Re(\underline{V})$$

$$\mathrm{Re}\left\{\underline{V}\right\} = V_0 \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$\mathrm{Im}\left\{\underline{V}\right\} = V_0 \sin(\omega t + \phi_0)$$

Le signal que l'on observe dans le circuit corresponds à la partie réelle de la variable complexe:

$$v(t) = \mathrm{Re}\left\{V_0 e^{j(\omega t+\phi_0)}\right\} = V_0\,\mathrm{Re}\left\{e^{j(\omega t+\phi_0)}\right\} = V_0 \cos(\omega t + \phi_0)$$

References:

Fonction de transfert en tension H(jω)

Fonction d'entrée

$$\underline{U_1} = U_1 \cdot e^{j(\omega t + \phi_1)}$$

$$\underline{U_2} = U_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \phi_2(\omega))}$$

Attention!! L'Amplitude et la phase de la sortie dependent de ω

Fonction de transfert en tension:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1} \cdot e^{j \cdot (\phi_2(\omega) - \phi_1)}$$

Amplitude

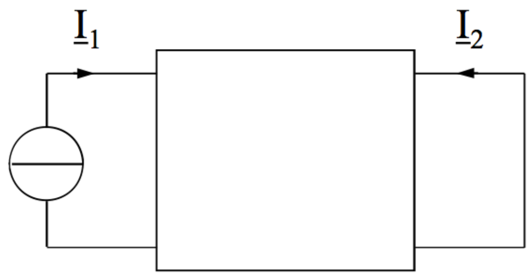
$$\frac{U_2(\omega)}{U_1} = \left|\underline{H}(j\omega)\right|$$

Phase

$$\phi_2(\omega) - \phi_1 = Arg(\underline{H}(j\omega))$$

References:

Fonction de transfert en courant



Fonction de transfert en courant:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{I_2(\omega)}{I_1} \cdot e^{j\cdot(\phi_2(\omega)-\phi_1)}$$

Amplitude

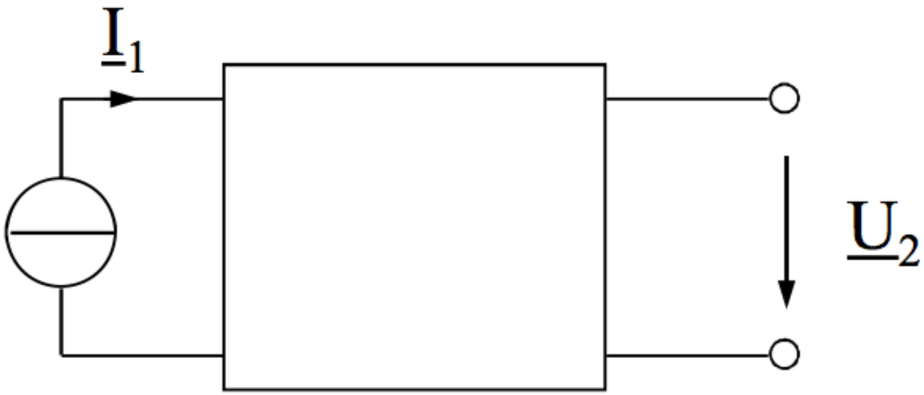
$$\frac{I_2(\omega)}{I_1} = \left|H(j\omega)\right|$$

Phase

$$\phi_2(\omega) - \phi_1 = Arg(\underline{H}(j\omega))$$

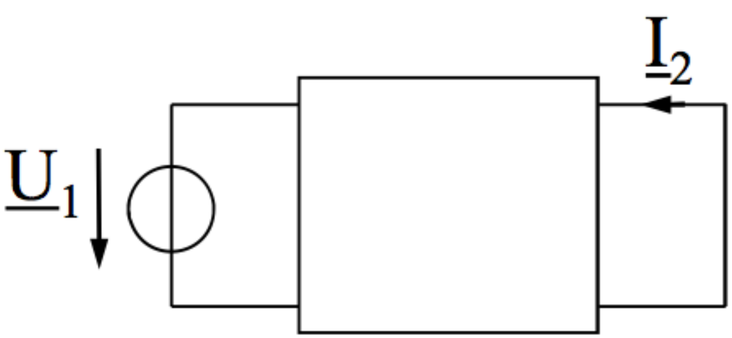
References:

Transimpédance



$$\underline{Z_f}(j\omega) = \frac{U_2(\omega)}{I_1} \cdot e^{j\cdot(\phi_2(\omega)-\phi_1)}$$

Tramsadmittance



$$\underline{Y_f}(j\omega) = \frac{I_2(\omega)}{U_1} \cdot e^{j\cdot(\phi_2(\omega)-\phi_1)}$$

References:

Transformation d'un circuit dans le plan complexe

Les éléments reactifs (C, L) dans le plan complexe assument le comportement des résistances (le rapport entre tension et courant ne dépends pas du temps). Ce rapport est indiqué par le symbole Z et qui s'appelle IMPEDANCE.

Tous les éléments (R, C, L) dans le plan complexe sont donc caractérisés par ce même symbole Z.

Loi d'Ohm généralisée

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

L'impedance Z dépends de la fréquence du signal sinusoïdale f:
$Z(j\, 2\, \pi\, f) = Z\, (j\omega)$

References:

Expression de l'impedance pour C et L

Dérivée de $\underline{V}$

$$\frac{d\underline{V}}{dt} = \frac{d(V_0 e^{j(\omega t+\phi_0)})}{dt} = j\omega V_0 \cdot e^{j\cdot(\omega t+\phi_0)} = j\omega \underline{V}$$

Dérivée de $\underline{I}$

$$\frac{d\underline{I}}{dt} = \frac{d(I_0 e^{j(\omega t+\phi_0)})}{dt} = j\omega I_0 \cdot e^{j\cdot(\omega t+\phi_0)} = j\omega \underline{I}$$

$$i(t)=C\frac{du(t)}{dt} \quad \Longleftrightarrow \quad u(t)=\frac{1}{C}\int i(t)dt \qquad \underline{Z}=\frac{\underline{U}}{\underline{I}}=\frac{1}{j\omega C}$$

$$u(t)=L\frac{di(t)}{dt} \quad \Longleftrightarrow \quad i(t)=\frac{1}{L}\int u(t)dt \qquad \underline{Z}=\frac{\underline{U}}{\underline{I}}=j\omega L$$

References:

Loi d'Ohm généralisée

$\underline{U} = \underline{I}\,\underline{Z}$ ou $\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z}$

$Z_R = R$	RESISTANCE
$Z_C = -j/\omega C = 1/j\omega C$	CONDENSATEUR
$Z_L = j\omega L$	INDUCTANCE

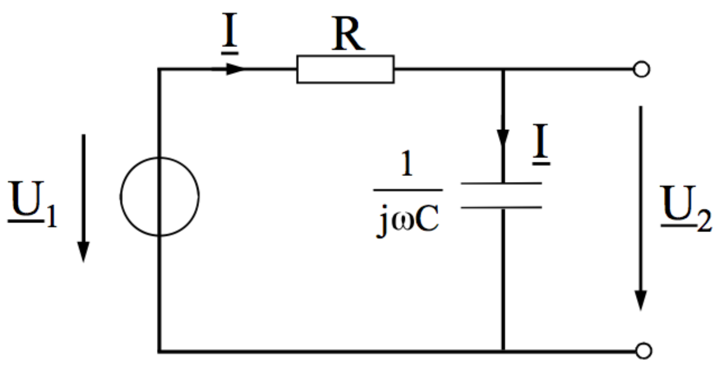
Connexions

- **Série :** $Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n$
- **Parallèle:** $1/Z_{eq} = 1/Z_1 + 1/Z_2 + \ldots + 1/Z_n$

On peut analyser des circuits soumis à une excitation sinusoïdale avec les mêmes méthodes utilisées pour les signaux constants

References:

Exemple d'une fonction de transfert en tension



La fonction de transfert peut être calculée facilement en utilisant les formes complexes des lois des éléments et des signaux.

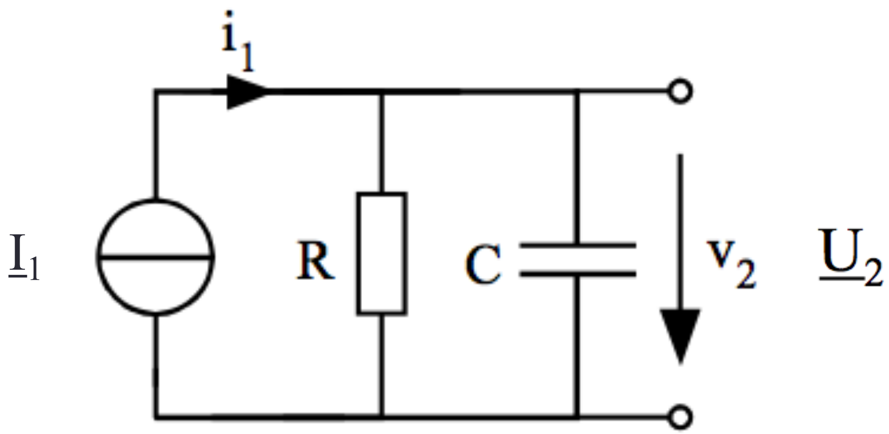
$$\underline{H}=\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{1+j\omega RC}$$

ou,

$$\begin{cases}\underline{H}=\dfrac{1}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_0}}\\[2ex]\omega_0=\dfrac{1}{RC}\end{cases}$$

References:

Exemple d'une transimpédance



La fonction de transfert peut être calculée facilement en utilisant les formes complexes des lois des éléments et des signaux.

$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

ou,

$$\left\{ \begin{aligned} \underline{H} &= \frac{R}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}} \\ \omega_0 &= \frac{1}{RC} \end{aligned} \right.$$

References:

Analyse fréquencielle : résumé

$$v_1(t) = V_1 \cdot \cos(\omega t + \phi_1)$$ Entrée

$$v_2(t) = V_2 \cdot \cos(\omega t + \phi_2)$$ Sortie

$$H(j\omega) = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}}$$

Décrit comment le circuit transforme le signal d'entrée en resultant en un signal de sortie

L'expression de la sortie peut être exprimée comme suit:

$$v_2(t) = \underbrace{V_1 \cdot |H(j\omega)|}_{V_2} \cdot \cos(\omega t + \underbrace{\phi_1 + \mathrm{Arg}(H(j\omega))}_{\phi_2})$$

Cette procédure est valable aussi bien pour le courant que pour la tension

References:

Représenter la réponse d’un circuit (diagrammes de Bode)

References:

Diagrammes de Bode

Les diagrammes de Bode représentent la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ grâce à deux représentations graphiques.

- Chaque diagramme affiche sur l'axe x le $\mathrm{Log}_{10}(\omega)$
- Le premier diagramme reporte sur l'axe y le module de la fonction de transfert:
  $|\underline{H}(j\omega)|$ et en particulier: $20 \times \mathrm{Log}_{10} |\underline{H}(j\omega)|$ (en decibel, dB)
- Le deuxième diagramme représente la phase de la fonction de transfert:

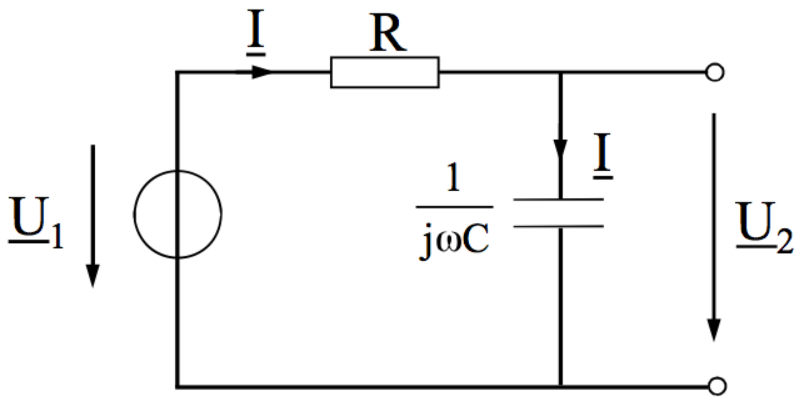
$$\mathrm{Arg}\,(\underline{H}(j\omega)) = \mathrm{Arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}\{\underline{H}(j\omega)\}}{\mathrm{Re}\{\underline{H}(j\omega)\}}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$$

References:

Example de calcul du module et de la phase de la fonction de transfert pour tracer les diagrammes de Bode.

Circuit RC passe-bas

Exemple de calcul du module et de la phase de la fonction de transfert pour tracer les diagrammes de Bode



$$\underline{H}=\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{1+j\omega RC}$$

$$\frac{U_2}{U_1}=\left|\underline{H}(j\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

$$\phi=\phi_2-\phi_1=\mathrm{Arg}(H(j\omega))=-\mathrm{Arctg}(\omega RC)$$

$$\left\{\begin{array}{l}\underline{H}=\dfrac{1}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_0}}\\[2ex]\omega_0=\dfrac{1}{RC}\end{array}\right.$$

References:

Représentation de $|H(j\omega)|$

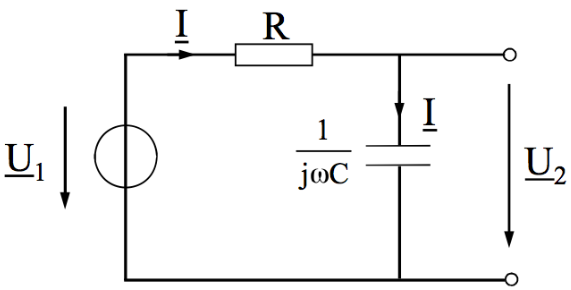
- Axe x: ω en échelle logarithmique $\mathrm{Log}_{10}(\omega)$
- Axe y: $20\ \mathrm{Log}_{10}|H(j\omega)|$,

  ou en d'autres mots, $|H(j\omega)|$ représentée en décibel (dB)
- Pour tracer le diagramme,
  - Déterminer la valeur de $20\ \mathrm{Log}|H(j\omega)|$ pour les asymptotes: ($\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$)
  - Déterminer au moins la valeur d'un point du diagramme (par exemple: pour $\omega = \omega_0$).

References:

Représentation de diagrammes de Bode du circuit RC

$$\left|\underline{H}(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$



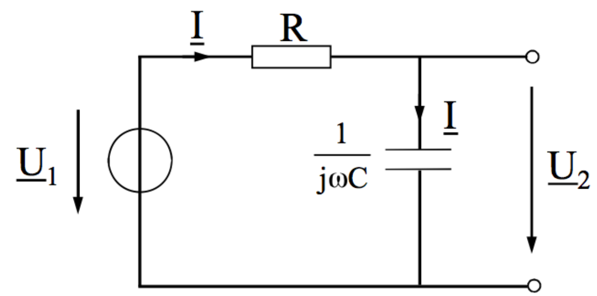
ω -> 0 sur l'axe x est: Log(ω ->0) -> -∞.
ω -> 0 , |H(jω)| = 1, qui vaut 0 sur l'axe y: 20 Log1 =0

ω -> ∞ sur l'axe x est: (Log(ω -> ∞) -> ∞.
ω -> ∞ , |H(jω)| -> 0,
Qui tend à -∞ sur l'axe y: (20Log(|H(jω)| -> 0)) -> -∞

References:

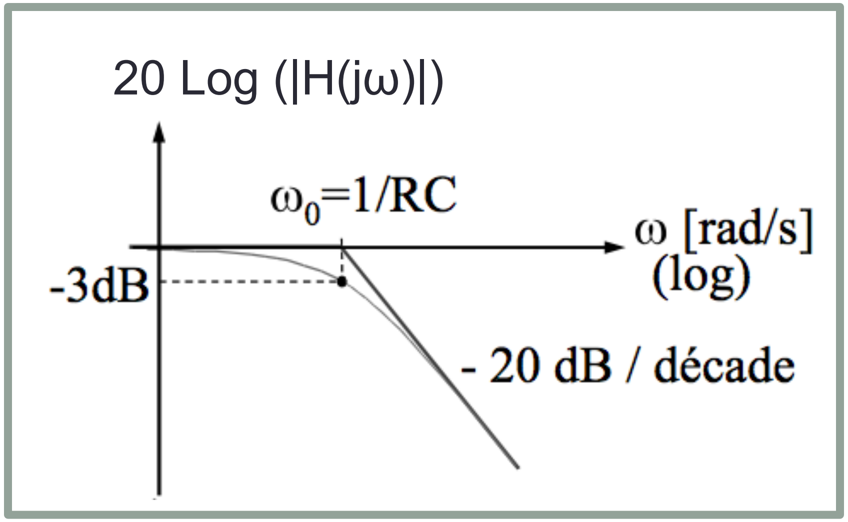
Example de représentation de diagrammes de Bode

$$\left|\underline{H}(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

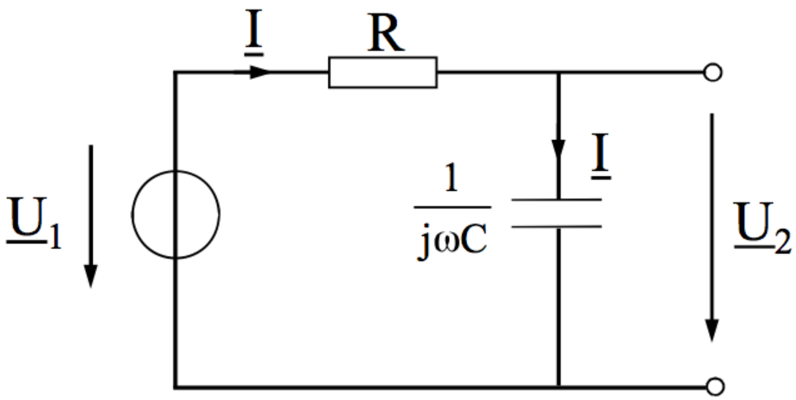


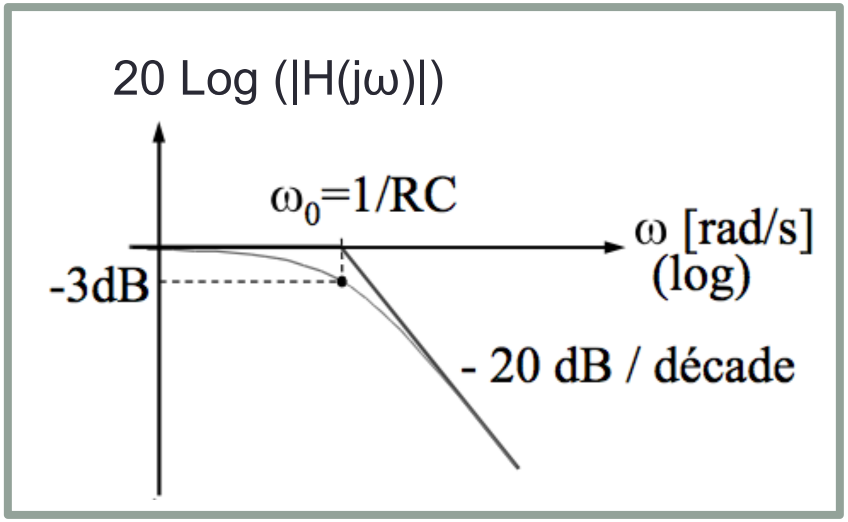
ω = 1/RC, $|H(j\omega)|$ -> $1/\sqrt{2} = 0.707$,
Donc, $20Log(|H(j\omega)|) = 20Log(0.707) = -3$

Filtre passe bas



Pourquoi ce circuit est appelé un filtre passe-bas?





… Car sa sortie (U_2) représente une fraction atténuée de U_1 lorsque U_1 a une fréquence plus haute que ω_0, alors que lorsque la fréquence de U_1 est plus basse que ω_0, l’amplitude du signal de sortie est presque identique à celle du signal d’entrée.

References:

Example d'application numérique

EXEMPLE:
Si R= 10 Ω et C = 10 pF, ω_0 est par définition égal à 1/RC = 10^{10}rad/sec correspondant à une fréquence de $f_0 = \omega_0/2\pi = 3 \times 10^9$ Hz.

- Pour des fréquences bien plus petites que f_0, comme f= 3×10^2Hz, alors $|H(j\omega)| = 1/\sqrt{(1 + \omega^2/\omega^2_0)} = 1/\sqrt{(1 + 10^6/10^{20})} \cong 1 \Rightarrow U_2 = |H(j\omega)| \bullet U_1 = 1 \bullet U_1$, ce qui veut dire que l'amplitude du signal de sortie est identique à celle du signal d'entrée (pas d'atténuation).

- Pour des fréquences bien plus grandes que f_0, comme f= 3×10^{15}Hz, $|H(j\omega)| = 1/\sqrt{(1 + \omega^2/\omega^2_0)} = 1/\sqrt{(1 + 10^{32}/10^{20})} \cong 10^{-6} \Rightarrow U_2 = |H(j\omega)| \bullet U_1 = 10^{-6} \bullet U_1$, ce qui veut dire que l'amplitude du signal d'entrée est grandement atténuée par la fonction de transfert. Cela engendre un signal de sortie d'amplitude mille fois plus petite que le signal d'entrée (dans ce cas).

References:

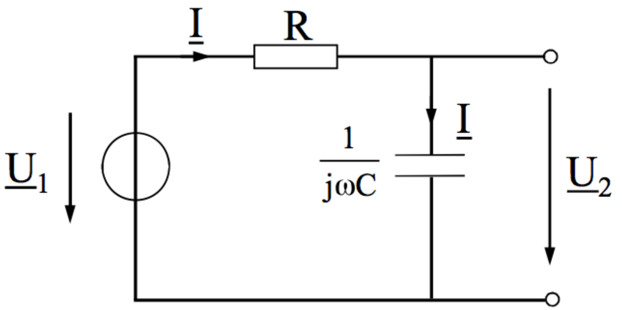
Représentation de Arg(H(jω))

- Axe x: ω en échelle logarithmique (Log**ω**)
- Axe y: Arg(H(jω)) en radians ou degrés, sur une échelle linéaire.
- Pour tracer le diagramme,
  - Déterminer la valeur de Arg(H(jω)) pour les asymptotes (ω -> 0 et ω -> ∞)
  - Déterminer au moins une autre valeur du diagramme (eg: for ω = ω_0).

References:

Exemple de représentation du diagramme de Bode en phase

$$\mathrm{Arg}\left(\mathrm{H}\left(j\omega\right)\right) = -\mathrm{Arctg}\left(\omega RC\right)$$



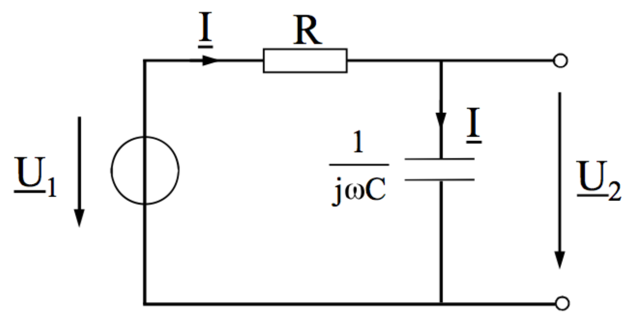
ω -> 0 sur l'axe x est: (Log(ω ->0) -> -∞).
ω -> 0 , Arg(H(jω)) = 0°

ω -> ∞ sur l'axe x est: (Log(ω -> ∞) -> ∞).
For ω -> ∞ , Arg(H(jω)) = -> - π/2 or -90° ,

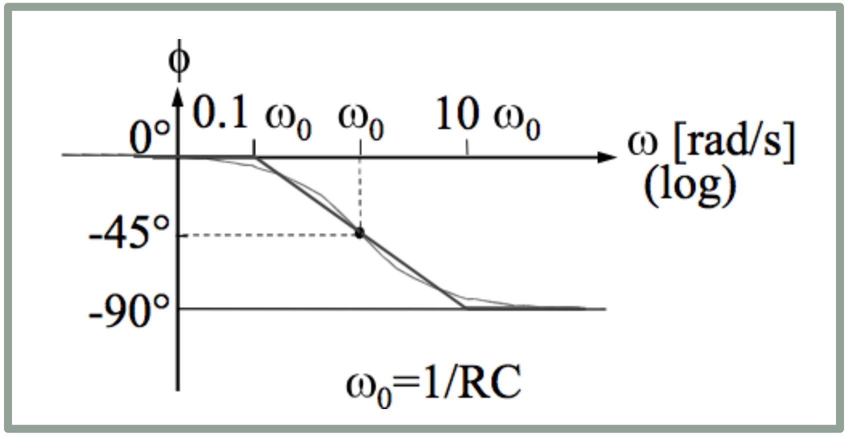
References:

Exemple de représentation du diagramme de Bode en phase

$$\mathrm{Arg}(H(j\omega)) = -\mathrm{Arctg}(\omega RC)$$



ω = 1/RC, , Arg(H(jω)) = - Arctg (1) = - π/4 ou -45°



References:

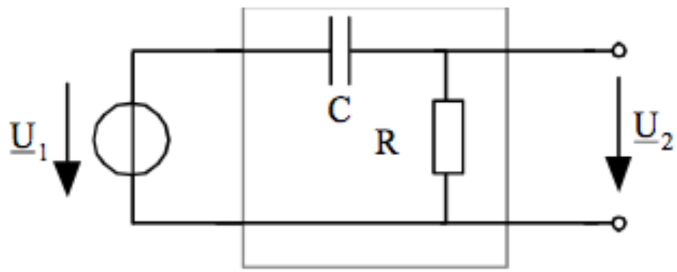
Exemple de calcul du module et de la phase de la fonction de transfert pour tracer les diagrammes de Bode.

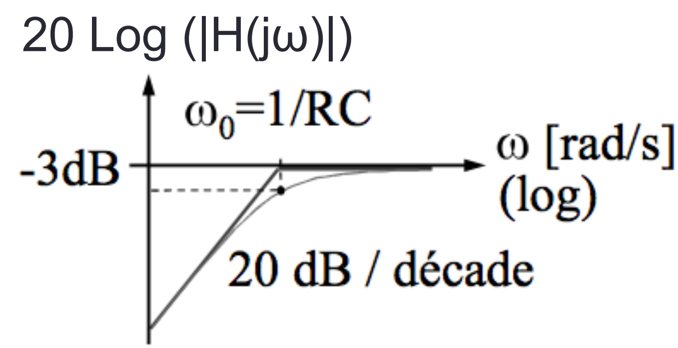
Circuit RC passe-haut

References:

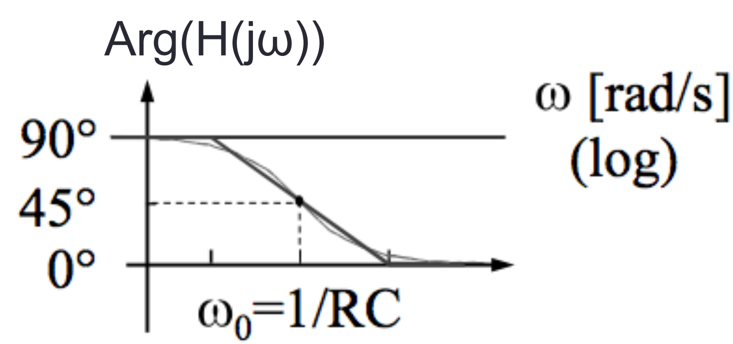
Exemple de calcul du module et de la phase de la fonction de transfert pour représenter les diagrammes de Bode

Filtre passe haut



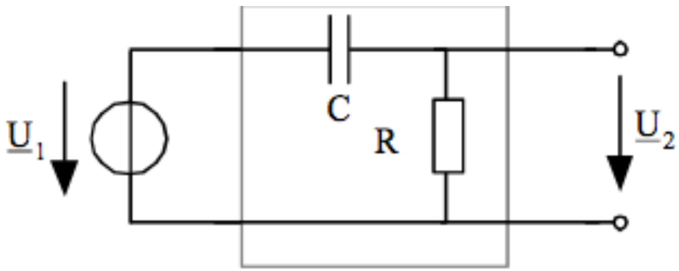


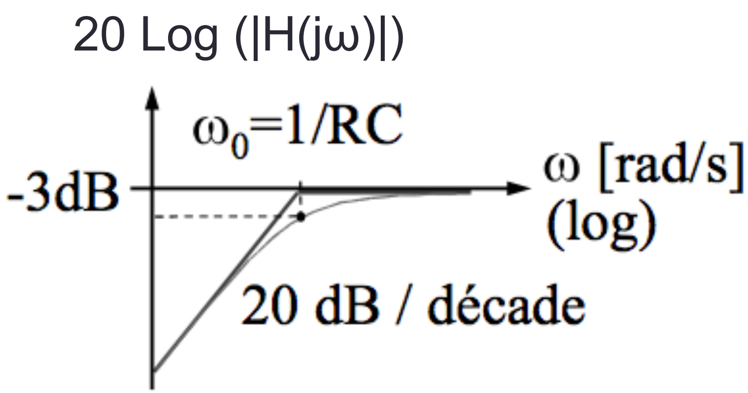
$$\underline{H}=\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}=\frac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}=\frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}$$



References:

Pourquoi appelle-t-on ce circuit un filtre passe-haut?





…Car lorsque la fréquence de U_1 est basse, le signal de sortie corresponds à une version atténuée du signal d'entrée, alors que lorsque la fréquence de U_1 est haute, l'amplitude du signal de sortie est presque identique à celle du signal d'entrée.

Expression générale d’une fonction de transfert

References:

Expression générale d'une fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{zo}}(1+j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1+j\frac{\omega}{\omega_{z2}})...(1+j\frac{\omega}{\omega_{zk}})}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}(1+j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1+j\frac{\omega}{\omega_{p2}})...(1+j\frac{\omega}{\omega_{pl}})}$$

où

K est constante
ω_{zi} sont les zéros de la fonction de transfert
ω_{pi} sont les pôles de la fonction de transfert

Fonction de transfert comme un produit de fonctions élémentaires

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right)\ldots\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right)}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\ldots\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{pl}}\right)}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \cdot \underline{H}_2(j\omega)$$

Si $|H(j\omega)|$ est représentée en échelle logarithmique, le produit devient:

$$|\underline{H}(j\omega)|_{dB} = |\underline{H}_1(j\omega)|_{dB} + |\underline{H}_2(j\omega)|_{dB}$$

Cette forme permet une représentation facile sur le diagramme de Bode

References:

Fonction de transfert comme un produit de fonctions élémentaires

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right)\ldots\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right)}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\ldots\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}}\right)}$$

$$\Downarrow$$

$$|\underline{H}(j\omega)|_{dB} = |K|_{dB} +$$

$$\left|j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\right|_{dB} + \left|1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right|_{dB} + \left|1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right|_{dB} + \ldots + \left|1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right|_{dB} +$$

$$\left|\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}}\right|_{dB} + \left|\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}}\right|_{dB} + \left|\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}}\right|_{dB} + \ldots + \left|\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}}}\right|_{dB}$$

References:

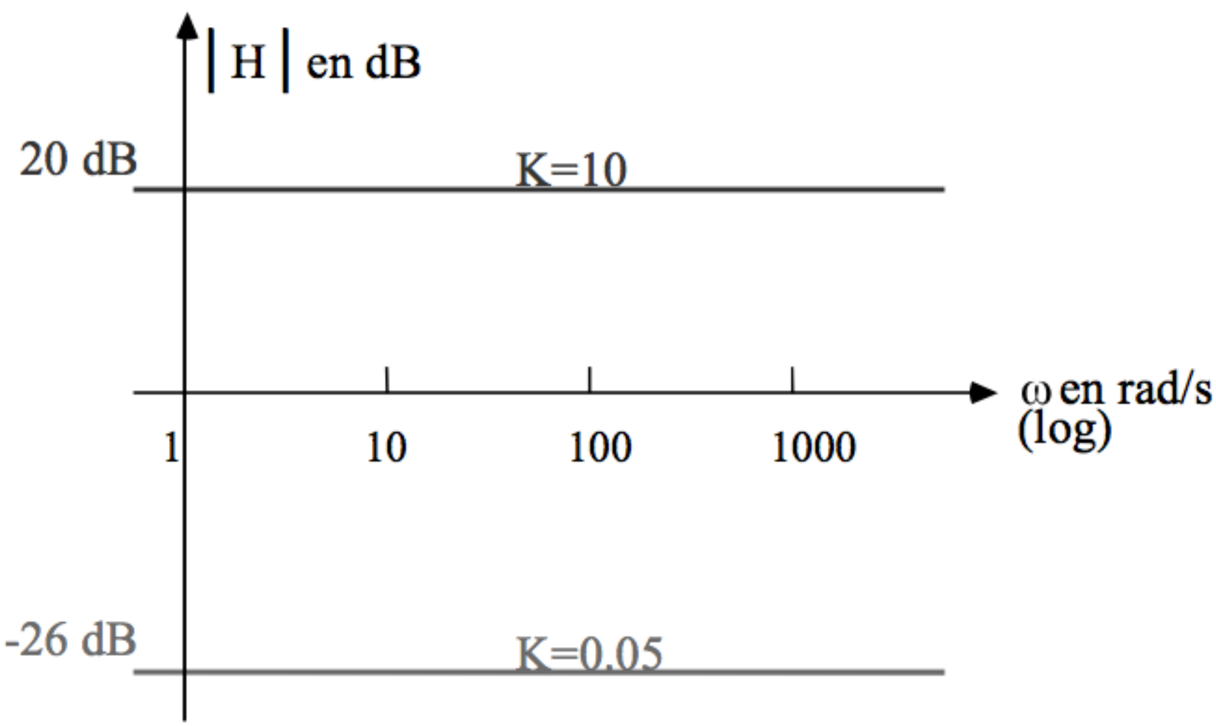
Exemples de valeurs du module en dB lorsque H(jω) ne dépend pas de ω

$\|\underline{H}(j\omega)\| = 1$	$\|\underline{H}(j\omega)\|_{dB} = 0$ dB
$\|\underline{H}(j\omega)\| = 10$	$\|\underline{H}(j\omega)\|_{dB} = 20$ dB
$\|\underline{H}(j\omega)\| = 100$	$\|\underline{H}(j\omega)\|_{dB} = 40$ dB
$\|\underline{H}(j\omega)\| = 1000$	$\|\underline{H}(j\omega)\|_{dB} = 60$ dB
$\|\underline{H}(j\omega)\| = 0.1$	$\|\underline{H}(j\omega)\|_{dB} = -20$ dB
$\|\underline{H}(j\omega)\| = 0.01$	$\|\underline{H}(j\omega)\|_{dB} = -40$ dB
$\|\underline{H}(j\omega)\| = 0.001$	$\|\underline{H}(j\omega)\|_{dB} = -60$ dB

References:

Exemples de valeurs du module en dB lorsque H(jω) ne dépends pas de ω

Si $|K| > 1$, alors $|K|_{dB} > 0$
Si $|K| < 1$, alors $|K|_{dB} < 0$



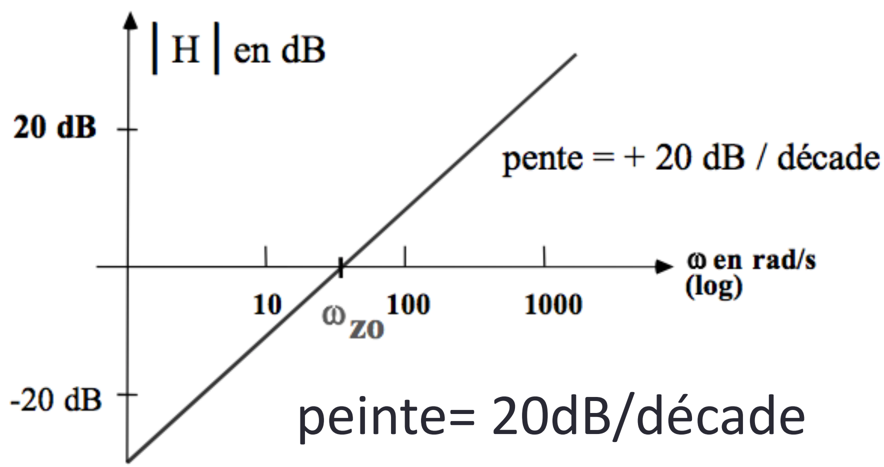
References:

Représentation d'un zéro (module)

$$\underline{H}(j\omega) = j\,\frac{\omega}{\omega_{zo}}$$

$$\underbrace{\boxed{|\underline{H}(j\omega)|_{dB}}}_{Y} = 20\,\text{Log}\left(\frac{\omega}{\omega_{zo}}\right) = \underbrace{20}_{20}\,\underbrace{\boxed{\text{Log}(\omega)}}_{X}\ \underbrace{\boxed{-\,20\text{Log}(\omega_{zo})}}_{C}$$

Y = 20 X + C



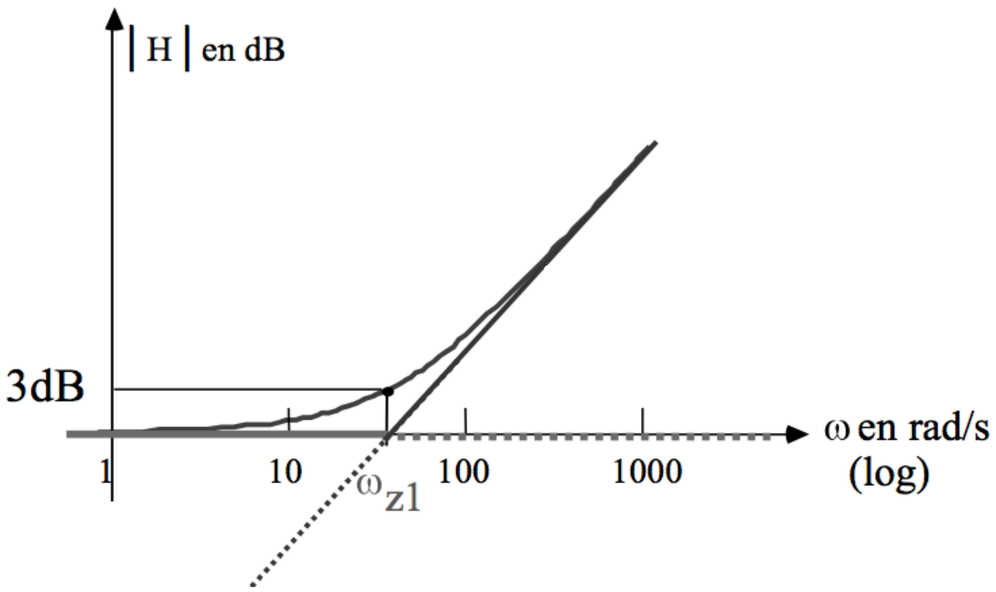
peinte= 20dB/décade

References:

Représentation d'un zéro (i=1;k) (module)

$$\underline{H}(j\omega) = 1 + j\,\frac{\omega}{\omega_{z1}}$$

$$|\underline{H}(j\omega)| = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)^2}$$

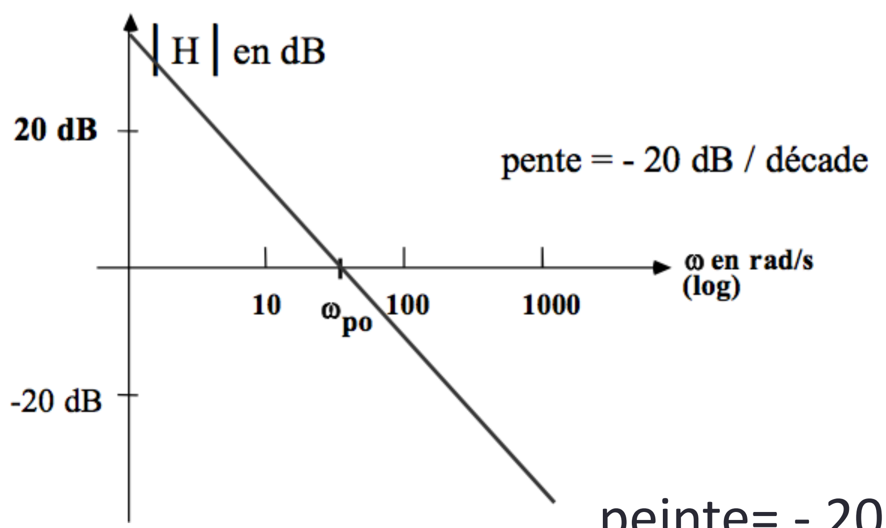


References:

Représentation d’un pôle (module)

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{j\dfrac{\omega}{\omega_{po}}}$$

Module ➡ $$|\underline{H}(j\omega)|_{dB} = - \left| j\frac{\omega}{\omega_{po}} \right|_{dB}$$



peinte= - 20dB/decade

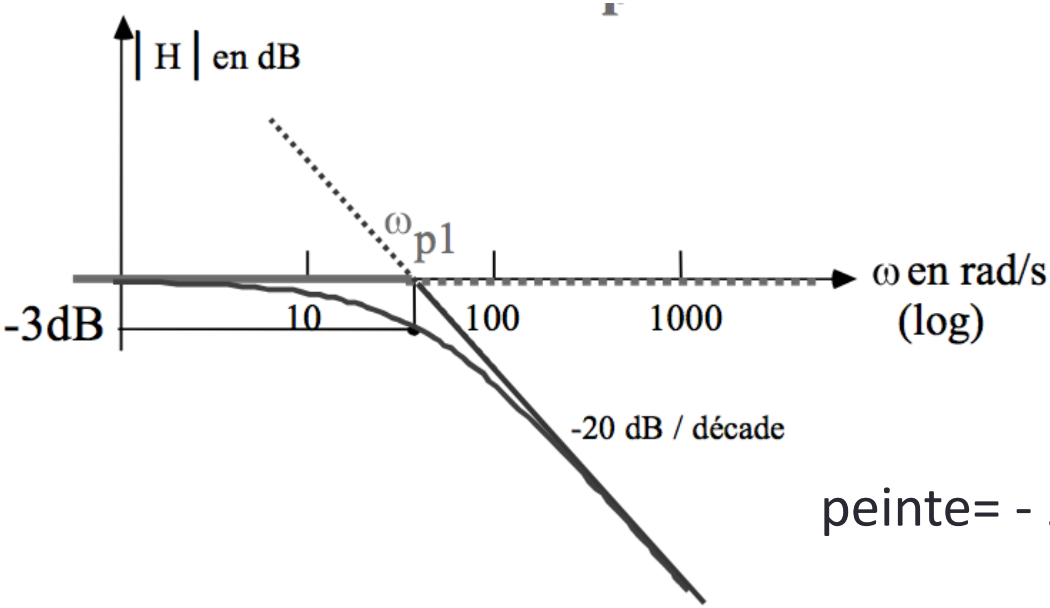
References:

Représentation d'un pôle (i=1;l) (module)

Filtre passe bas

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega p1}}$$

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2}}$$



peinte= - 20dB/decade

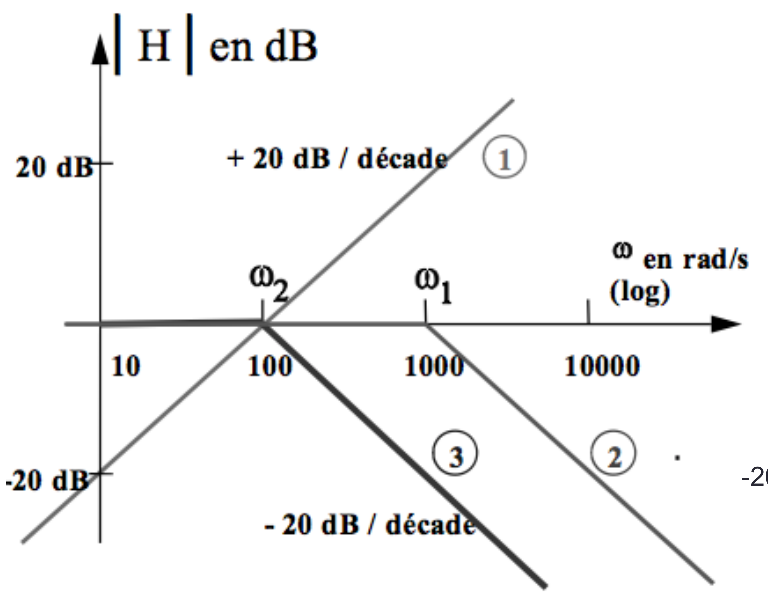
Exercice

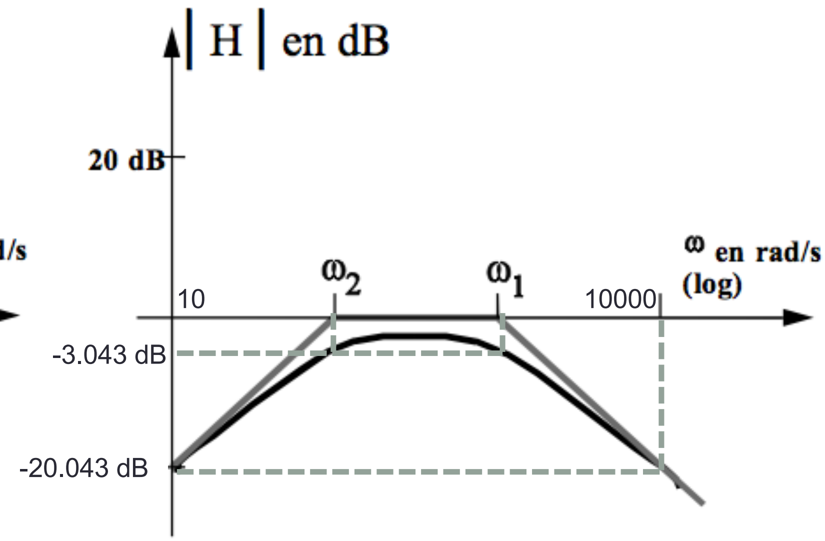
Filtre passe-bande

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\overbrace{j\frac{\omega}{\omega_2}}^{1}}{\underbrace{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)}_{2}\underbrace{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_2}\right)}_{3}}$$

$\omega 2 = 100$ rad/s

$\omega 1 = 1000$ rad/s





References:

Représentation de l'argument de $\underline{H}(j\omega)$

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right)\ldots\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right)}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\ldots\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}}\right)}$$

$$\mathrm{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = \mathrm{Arg}(K) +$$

$$\mathrm{Arg}\left(j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\right) + \mathrm{Arg}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right) + \mathrm{Arg}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right) +\ldots+ \mathrm{Arg}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right) +$$

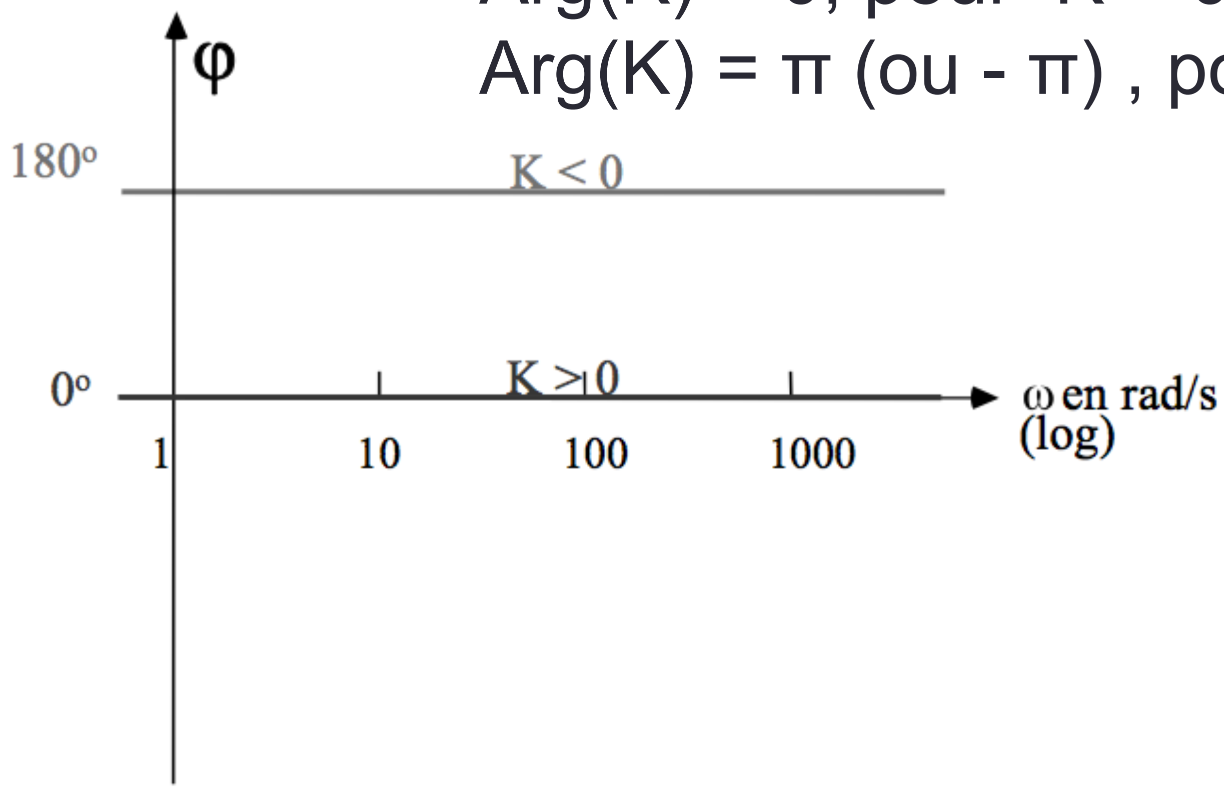
$$\mathrm{Arg}\left(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}}\right)\ \mathrm{Arg}\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}}\right) + \mathrm{Arg}\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}}\right) +\ldots+ \mathrm{Arg}\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}}}\right)$$

References:

Exemple de représentation de $H(j\omega)$ lorsque l'argument ne dépend pas de ω

$Arg(K) = 0$, pour $K > 0$

$Arg(K) = \pi$ (ou $-\pi$) , pour $K < 0$

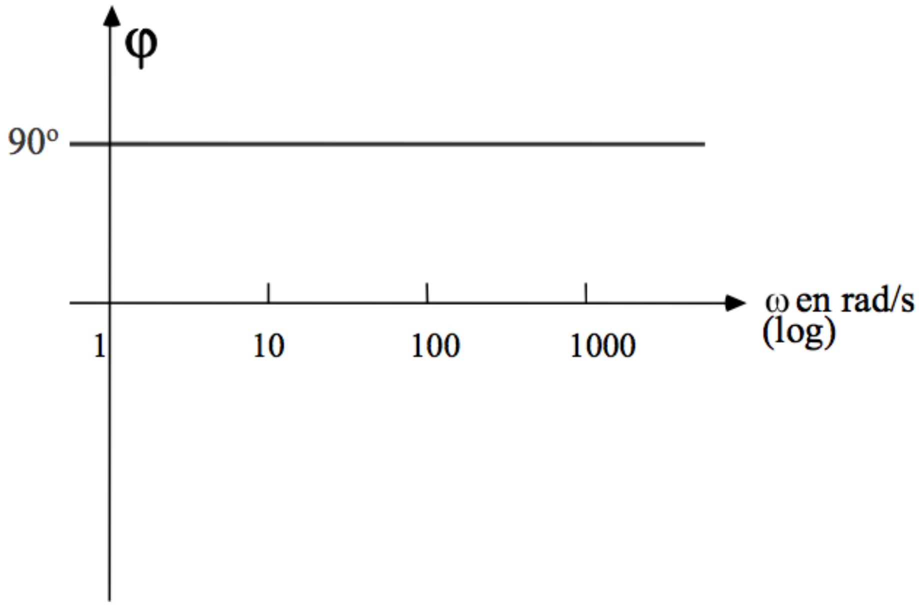


References:

Représentation d'un zéro (argument)

$$\underline{H}(j\omega) = j\frac{\omega}{\omega_{zo}}$$

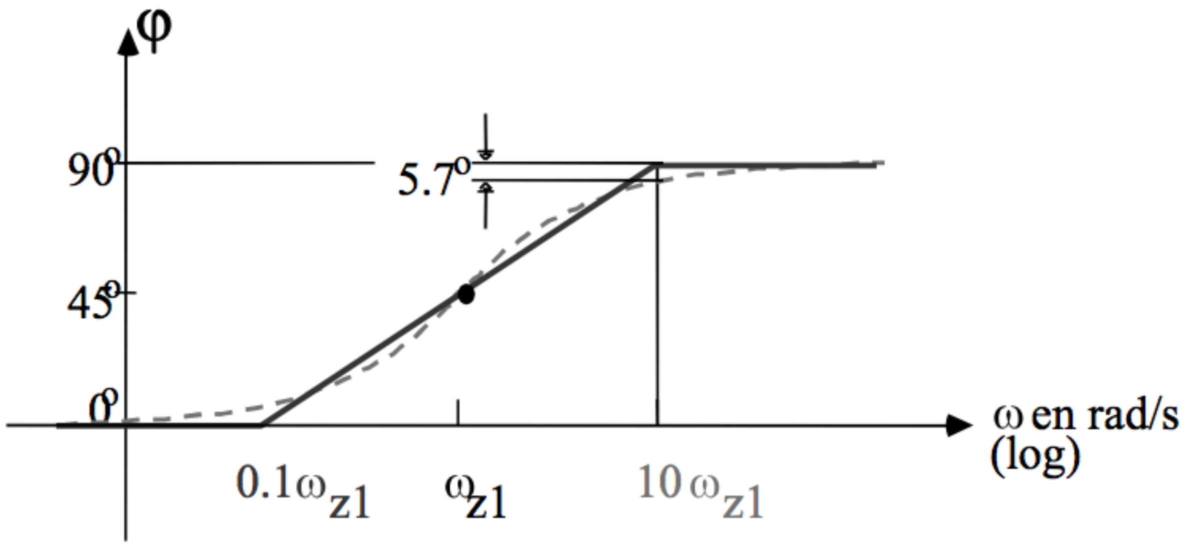
$$\mathrm{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = \pi/2 \quad \text{ou } 90^o$$



References:

Représentation d'un zéro (argument)

$$\underline{H}(j\omega) = 1 + j\,\frac{\omega}{\omega_{z1}}$$

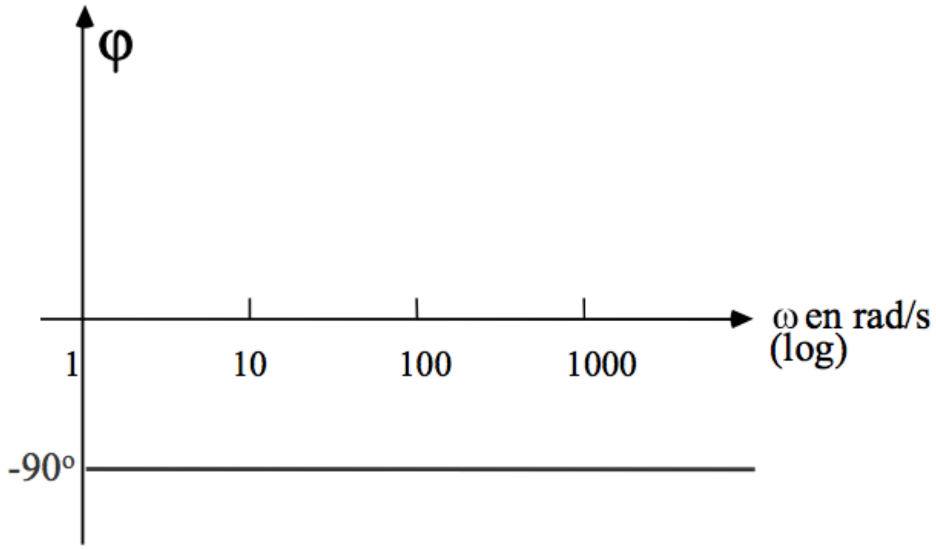


References:

Représentation d'un pôle (argument)

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{j\dfrac{\omega}{\omega_{po}}}$$

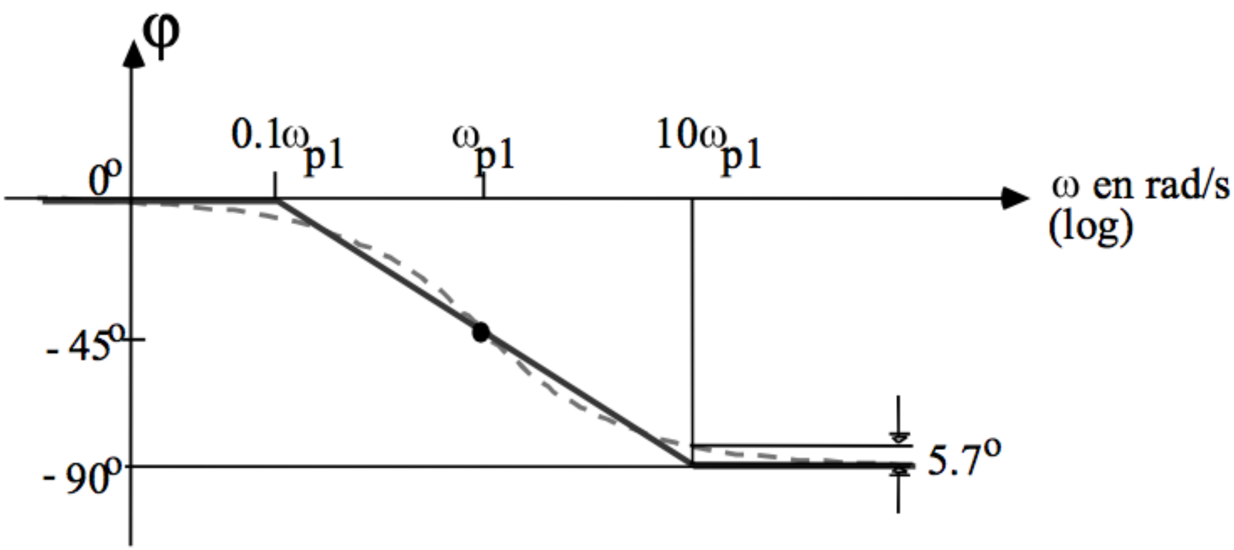
$$\mathbf{Arg(\underline{H}(j\omega)) = -\pi/2 \quad ou \ -90^o}$$



References:

Représentation d'un pôle (argument)

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega p1}}$$

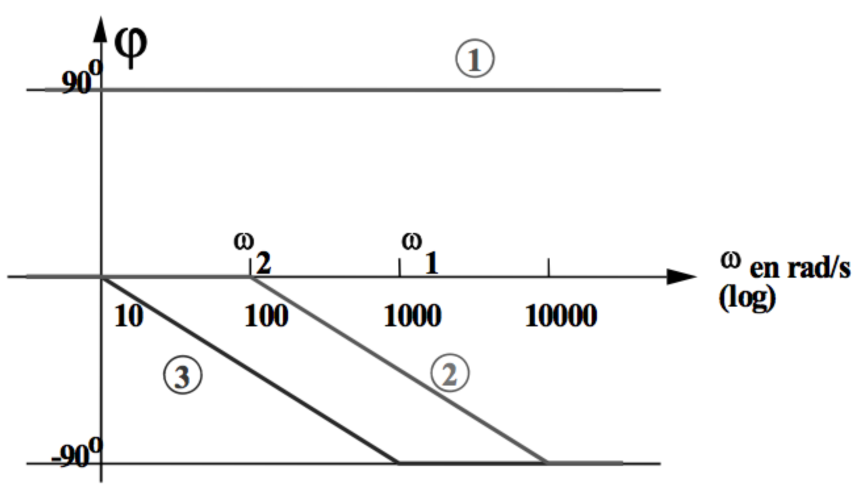


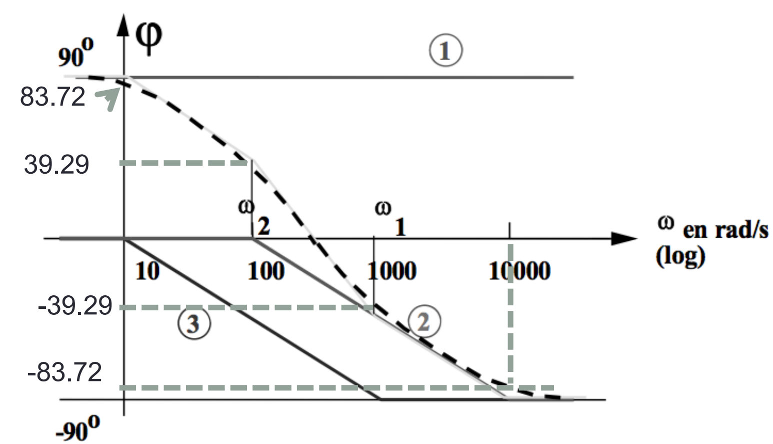
References:

Exercice

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underbrace{j\frac{\omega}{\omega_2}}_{1}}{\underbrace{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)}_{2}\underbrace{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_2}\right)}_{3}}$$

$\omega 2 = 100$ rad/s
$\omega 1 = 1000$ rad/s





References: